

Vérité-correspondance et vérité-cohérence¹

Jean-Louis Léonhardt
CNRS-MOM

Depuis Aristote, une certaine conception de la vérité en science s'est imposée universellement. Cette définition est très proche du sens commun. Depuis le début du XX^e siècle, une nouvelle définition de la vérité s'est imposée, en mathématique d'abord puis dans de nombreuses disciplines scientifiques. Comme nous allons le voir, cette nouvelle définition a aussi été désignée par le signifiant « vérité » de telle sorte que les deux définitions sont considérées comme analogues.

L'objet de ce texte est de montrer que ces deux définitions sont différentes, c'est pourquoi elles sont désignées respectivement par « vérité-correspondance » et « vérité-cohérence ».

I. Représentation des discours à l'aide des diagrammes de Venn

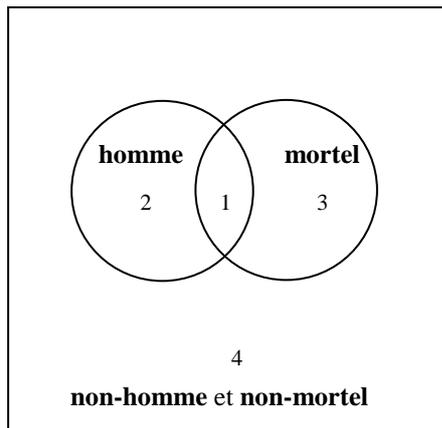
Pour ce faire nous allons utiliser une représentation graphique des discours à l'aide des diagrammes de Venn, nom d'un logicien anglais (1834-1923). Ceux-ci ayant été inventés pour les discours vrais au sens de vérité-cohérence, certaines modifications seront apportées pour décrire les discours vrais au sens de vérité-correspondance.

Un discours donné utilise nécessairement un certain nombre de termes (ou mots) et en exclue d'autres. Par exemple, la physique s'intéresse aux objets inanimés, le terme « mort » doit être exclu de son discours. Cette limitation est représentée dans les diagrammes de Venn par un carré et l'intérieur du carré sera désigné par l'univers du discours correspondant.

Le diagramme de Venn suivant limite l'univers à deux termes « homme » et « mortel » afin de pouvoir représenter des phrases du type *Tous les hommes sont mortels*. Chaque terme est représenté par un cercle, les deux cercles sont toujours sécants.

¹ Jean-Louis Léonhardt, *Le rationalisme est-il rationnel. L'homme de science et sa raison*, Parangon, 2008, p. XXX

Univers du discours : les animaux



Tout homme est mortel

Zones 1+2 représentent tout ce qui est « homme »
 Zones 1+3 représentent tout ce qui est « mortel »
 Zones 2+4 représentent tout ce qui est « non-mortel »
 Zones 3+4 représentent tout ce qui est « non-homme ».
 Par exemple cheval.

Zone 1 représente la conjonction et « homme et mortel ». Dit autrement : tout ce qui est « homme et mortel ».

Zone 2 représente tout ce qui est « homme et non-mortel »

Zone 3 représente tout ce qui est « mortel et non-homme »

Zone 4 représente tout ce qui est « non-homme et non-mortel »

Figure n° 1

II. Vérité-correspondance

Voici la définition de la vérité d'Aristote :

Il dit la vérité celui qui croit conjoint dans le discours ce qui est conjoint dans le monde².

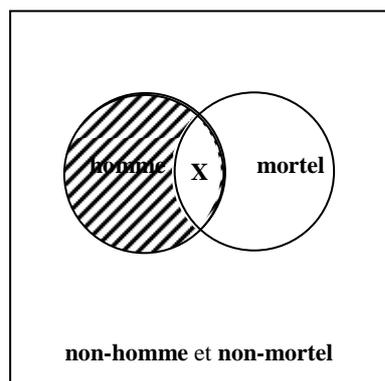
Pour Aristote, la vérité exige deux « conjonctions », l'une dans le langage et l'autre dans le monde. Une conjonction présuppose deux « choses ». Dans le langage il s'agit de deux termes ou deux mots. Dans le monde ou le Réel, il s'agit de deux êtres (des « étants »). Ainsi un terme seul ne peut être dit vrai ou faux. Un terme seul est caractérisé par son « existence » ou sa « non existence » dans le monde : Le *mulet* existe dans le monde et le *Centaure* n'existe pas dans le monde. Techniquement on dit qu'un terme possède ou ne possède pas une *portée existentielle*.

Ainsi, la proposition *Tout homme est mortel* peut être vraie ou fausse alors que le terme *homme* peut ou ne peut pas posséder de *portée existentielle*.

Pour Aristote, il y a un lien organique entre la *portée existentielle* des termes et la vérité-correspondance d'une proposition. Une condition nécessaire de la vérité-correspondance d'une proposition tient à la *portée existentielle* des termes qui la composent. Aussi, cette condition sera exprimée, au niveau langagier – *Il dit la vérité celui qui croit conjoint dans le discours ...* – par une croix **X**.

² Aristote, , *Métaphysique*, θ 10, 1051b 6-9, trad. Lukasiewicz (2000), p. 55. Pour faciliter la compréhension j'ai ajouté « dans le discours » et « dans le monde ».

Univers du discours : les animaux



Tout homme est mortel

Figure n° 2

La conjonction dans le discours des termes « homme » et « mortel » de la proposition : *Tout homme est mortel* entraîne deux conséquences :

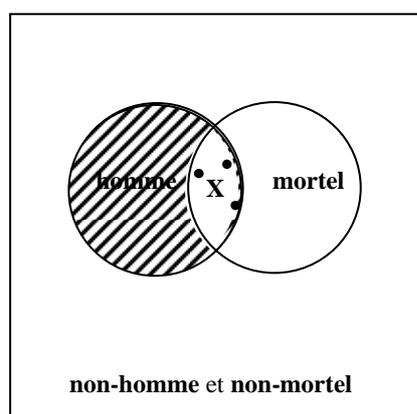
- La zone commune entre les deux termes contient une croix d'existence **X**
- Puisque la proposition est universelle, elle interdit la possibilité qu'il y ait un seul « homme » dans la zone représentant « homme et non mortel » (zone 2 de la figure 1). Cette interdiction est représentée par des hachures.

Voyons maintenant, la deuxième conjonction de la définition d'Aristote :

Il dit la vérité celui qui croit [...] conjoint dans le monde.

Maintenant, il ne s'agit plus que du discours mais *du monde* c'est-à-dire ce qui m'entoure, ce qui est autre que mes pensées. Comment puis-je dire quelque chose au sujet du monde ? C'est évidemment par les sens ou la sensibilité (la vue, l'ouïe etc.) que j'éprouve le monde et peux en dire quelque chose. Mais la sensation est toujours singulière : je vois Pierre, Jacques ou Jean mais je ne peux pas dire que j'ai vu « homme » au sens universel de *tous les hommes*. Chacun d'entre nous a au moins vu une personne morte, ce qui nous permet de dire que cet homme là est conjoint à l'état d'être mortel. De plus, me croyant moi-même mortel, il m'est impossible d'affirmer qu'un homme singulier puisse être immortel.

Univers du discours : les animaux



Tout homme est mortel : vraie

Figure n° 3

La conjonction dans le monde des êtres « hommes » et des êtres « mortels » n'est pas de l'ordre du langage mais relève d'un certain état du monde. Cet état du monde est représenté dans les diagrammes de Venn par des points. Ceux-ci sont confinés dans la zone commune « homme » et « mortel ». Personne n'a jamais vu un « homme non-mortel » aussi aucun point ne se trouve dans la zone hachurée.

Conclusion : La proposition, *Tout homme est mortel*, peut-être dite vraie comme correspondance au monde, puisque *je crois* (dixit Aristote) que ce qui est conjoint dans le discours est conjoint dans le monde. Cela est exprimé dans les diagrammes de Venn par le fait que la croix d'existence, qui exprime la *conjonction dans le discours*, **correspond** à la même zone que les points qui expriment la *conjonction dans le monde*. C'est la raison pour laquelle ce type de vérité est dit vérité-correspondance.

II.1 La fausseté

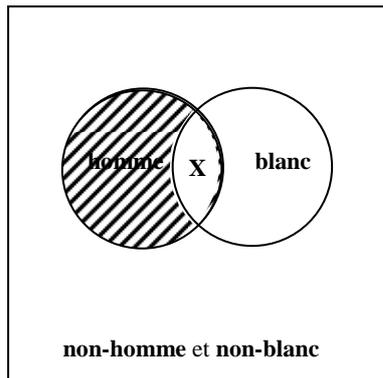
Bien que ce ne soit pas exactement comme cela qu'Aristote définit le faux, nous pouvons admettre la définition suivante :

Il dit le faux celui qui croit conjoint dans le discours ce qui n'est pas exclusivement conjoint dans le monde.

Nous partons de l'exemple simple suivant : *tout homme est blanc*

Au niveau langagier, cette proposition est très proche de l'exemple précédent puisque seul le terme « blanc » remplace le terme « mortel ».

Univers du discours : les animaux



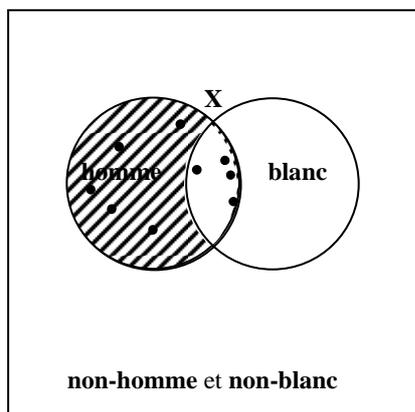
La conjonction, dans le discours, des termes « homme » et « blanc » de la proposition : *Tout homme est blanc* entraîne deux conséquences :

- La zone commune entre les deux termes contient une croix d'existence **X**
- Puisque la proposition est universelle, elle interdit la possibilité qu'il n'y ait un seul « homme » dans la zone représentant « homme et non-blanc » (zone 2 de la figure 1). Cette interdiction est représentée par des hachures.

Tout homme est blanc

Figure n° 4

Univers du discours : les animaux



Beaucoup d'hommes ont vu des hommes blancs, aussi des points représentant l'état du monde se trouvent dans la zone commune « homme » et « blanc ». Mais beaucoup d'hommes ont vu aussi des êtres « hommes non-blancs » aussi, il est nécessaire d'ajouter des points dans la zone hachurée. Ainsi il n'y a pas correspondance entre ce qui est *conjoint dans le discours* et l'état du monde tel qu'il est perçu par la sensation. La proposition *tout homme est blanc* est fausse.

Tout homme est mortel : fausse

Figure n° 5

II.2 Conclusion

La définition de la vérité-correspondance pour la science, donnée par Aristote, a convaincu tous ses lecteurs pendant plus de vingt siècles. En particulier la science classique (à partir du XVII^e siècle) n'a pas discuté ce point de la théorie de la science aristotélicienne. Une simple remarque permet de comprendre, au moins partiellement, cela. La vérité-correspondance est une définition précise de la notion de vérité dans le langage courant. Elle insiste sur deux points :

- Il y a un lien profond entre la *portée existentielle* des termes et de la vérité-correspondance. Par exemple, un lecteur peut admettre la vérité de la proposition : *tous mes enfants sont musiciens*. En revanche si j'ajoute *je n'ai pas d'enfant*, ce même lecteur conclura nécessairement à la fausseté de la première proposition.
- La correspondance entre ce qui est dit dans le discours et ce qui « est » dans le monde est tout à fait admise dans la vie quotidienne.

Et pourtant, dès le milieu du XVIII^e siècle d'autres conceptions de la vérité ont été envisagées, mais ce n'est qu'au XX^e siècle que la vérité-cohérence s'est imposée en mathématique, puis dans les sciences empiriques.

III. Vérité-cohérence

Une toute autre définition de la vérité s'est imposée à partir du XX^e siècle. Voici, par exemple, la définition que donne David Hilbert (1862-1943) dans une correspondance avec Gottlob Frege (1848-1925) au début de l'année 1900 :

Si des axiomes arbitrairement posés ne se contredisent pas l'un l'autre ou bien avec une de ses conséquences, ils sont vrais [comme cohérence] et les choses ainsi définies existent [dans la pensée]. Voilà pour moi le critère de la vérité [-cohérence] et de l'existence³.

Une première constatation s'impose : cette définition de la vérité ne fait nullement référence au monde extérieur, elle ne dépend que de propriétés du discours. C'est l'absence de

³ Rivenc (1992), p. 227, trad. Jacques Dubucs.

contradiction interne au discours qui nous permet de déclarer celui-ci vrai. Cela suffit pour interdire l'usage du même signifiant (mot) pour désigner deux notions aussi différentes. Nous l'appelons vérité-cohérence.

Mais bien d'autres caractères distinguent les deux définitions de vérité :

- Aristote pense que la vérité peut se définir pour une seule proposition qu'il appelle « principe ». Avec plusieurs principes, de nouvelles propositions peuvent être obtenues par déduction. Pour Hilbert, la vérité concerne un discours constitué d'axiomes et de toutes leurs conséquences. C'est une propriété globale d'un discours.
- La vérité-correspondance est *antéprédicative*⁴ en ce sens que la conjonction de deux êtres du monde précède la proposition qui le dit. Aristote exprime cela clairement : *Ce n'est pas parce que nous disons la vérité en t'appelant blanc que tu l'es, mais c'est parce que tu es blanc qu'en le disant, nous disons la vérité*⁵. La vérité-cohérence ne peut évidemment pas procéder ainsi puisqu'elle ne fait nulle référence au monde. La vérité-cohérence est le résultat d'un long processus : une fois qu'une axiomatique est posée vraie à titre d'hypothèse, les conséquences ou théorèmes peuvent être obtenus peu à peu par déduction. A chaque pas, le processus peut être interrompu, si une contradiction est rencontrée entre le théorème courant et un axiome ou un théorème antérieur. La vérité-cohérence est dite *postprédicative* puisque tous les théorèmes doivent avoir été exhibés avant de pouvoir déclarer le discours vrai.
- La vérité-correspondance est totalement contrainte par le monde, l'homme qui prononce une proposition vraie n'a pas d'autre choix. Éventuellement il peut se tromper. A l'inverse, Hilbert affirme qu'une axiomatique est posée à titre d'hypothèse vraie, *arbitrairement*, qu'il faut entendre *selon mon libre arbitre*. Je suis libre de poser plusieurs axiomatiques différentes, mêmes contenant certains axiomes contradictoires entre eux, dont la vérité-cohérence peut être acceptée pour toutes les axiomatiques ne contenant pas de contradiction. Il faut voir là un élargissement de la pensée par rapport aux discours fondés sur la vérité-correspondance. J'étudie par ailleurs (pointeur) comment l'expérience permet de rejeter un ou plusieurs discours admis vrais au sens de Hilbert.
- Aristote donne une définition positive de la vérité-correspondance. Il n'en est pas de même de la vérité-cohérence. Hilbert donne un critère qui permet de déclarer fautive avec certitude une axiomatique (dès qu'elle exhibe une contradiction interne), mais ne définit pas positivement la vérité-cohérence. Pour être sûr de la vérité-cohérence d'une axiomatique, il faut pouvoir être certain que tous les théorèmes possibles ont été déduits ce qui définit la *complétude* de l'univers du discours. Hilbert a cru pouvoir arriver à cet objectif jusqu'à ce que Kurt Gödel (1906-1978) montre qu'il y a une antinomie (une contradiction) entre cohérence interne d'un discours et sa complétude.
- La notion d'existence, dans la définition de la vérité-cohérence, est trompeuse. Pour Hilbert, l'existence d'un concept est la conséquence de l'absence de contradiction interne au discours. Tous les scientifiques, avant Hilbert, ont associé la notion d'existence d'un terme au fait qu'il était en correspondance avec des choses du monde. Hilbert, lui, affirme que l'existence d'un concept ne tient qu'à la cohérence du discours ! Pour distinguer ces deux acceptions du terme « existence », j'ajoute « existence dans mon esprit ». Dans les diagrammes de Venn cette notion sera représentée par le symbole \exists .

⁴ Moreau, « Aristote et la vérité antéprédicative » Collectif, *Aristote et les problèmes de méthode, Communications présentées au symposium aristotelicum tenu à Louvain du 24 août au 1^{er} septembre 1960*, (2^e édition), 1980, Louvain, Institut supérieur de philosophie. 21-33.

⁵ *Métaphysique*, θ 10, 1051b 6-9, trad. Lukasiewicz (2000), p. 55.

Les diagrammes de Venn suivants illustrent l'élargissement de la pensée que permet la vérité-cohérence :

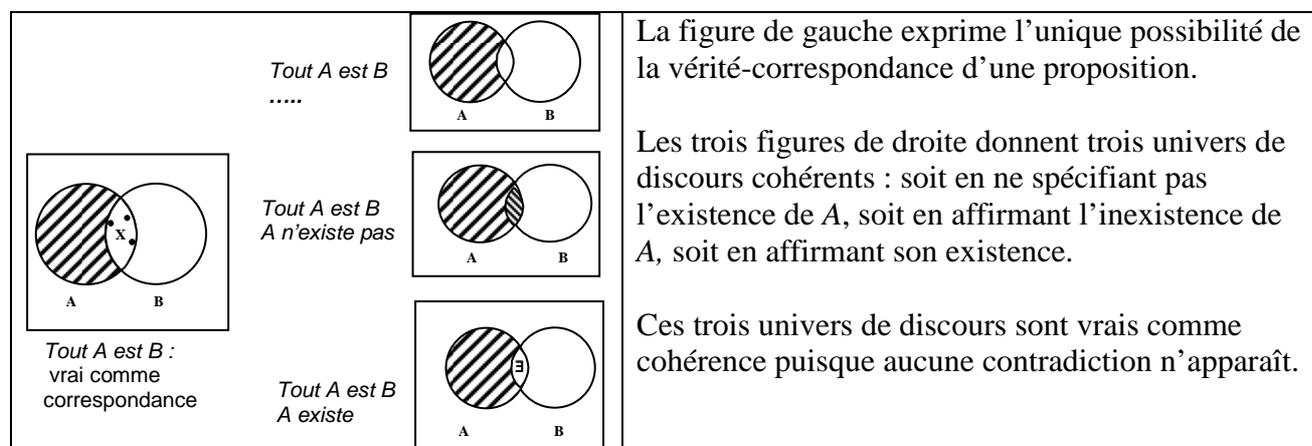


Figure n° 6

Un simple exemple permet d'illustrer combien la notion de vérité-cohérence est contre-intuitive. Les deux énoncés suivants sont cohérents : *Tous les enfants de x sont musiciens* et *x n'a pas d'enfant*.

Bien évidemment une axiomatique serait fautive si elle contenait simultanément : *A existe* et *A n'existe pas*. Le critère de cohérence élargit considérablement la pensée, mais ne permet de dire n'importe quoi !

J'ai déjà souligné que la recherche de la cohérence est une activité laborieuse. Lorsqu'une axiomatique est complexe, l'identification d'une contradiction entre deux énoncés peut échapper aux meilleurs mathématiciens. En voici deux illustrations :

Gottlob Frege, après de nombreuses années de travail, pense avoir fondé l'arithmétique sur les bases solides de la logistique. Quelques semaines avant de publier son deuxième tome de *Grundlagen der Arithmetik*, Frege reçoit une courte lettre d'un jeune mathématicien anglais, nommé Bertrand Russell, qui lui fait voir qu'il y a une contradiction interne dans son système. Frege reconnaît que Russell a raison.

Russell à son tour vécut la même expérience en 1913 avec L. Wittgenstein Voici comment il en parle dans une lettre :

*Vous souvenez-vous de cette époque [...] où j'écrivis tout un tas de choses sur la théorie de la connaissance que Wittgenstein critiqua avec la plus grande sévérité ? Sa critique fut un évènement de la plus grande importance dans ma vie, et qui a affecté tout ce j'ai fait depuis. J'ai vu qu'il avait raison, et j'ai vu que je ne pouvais espérer réaliser à nouveau quelque chose de fondamental en philosophie. Mon impulsion fut brisée, comme une vague qui s'écrase sur une digue. Je fus submergé par le plus profond désespoir [...]*⁶.

IV. Conclusion

Les notions de vérité-correspondance et vérité-cohérence sont non seulement différentes mais elles sont incommensurables. Elles définissent deux cadres de référence disjoints et donc conduisent à deux théories de la science différentes. Illustrons ce fait à l'aide d'un exemple :

⁶ Russell (2002), p. I.

la vérité-correspondance d'une proposition présuppose la portée existentielle des termes qui la composent (notée **X** dans les diagrammes de Venn). L'affirmation que le terme « homme » au sens universel possède une portée existentielle présuppose de pouvoir distinguer sans aucun *arbitraire* « homme » et « non-homme ». Ainsi à chaque être du monde, d'hier, d'aujourd'hui et de demain, son appartenance à une des deux classes « homme » et « non-homme » doit pouvoir être décidée avec certitude. Mais depuis quand l'homme est-il humain ? Jusqu'à quand l'homme restera-t-il humain ? Pour Aristote, le problème est résolu par l'affirmation que l'espèce humaine a toujours existé mais pour nous la question reste ouverte. Une certaine indétermination est pensable voire nécessaire. Celle-ci jette un doute sur la notion même de vérité-correspondance.

La vérité-cohérence évite cette difficulté. Dans ce cadre de référence, l'existence de « homme » est affirmée dans le discours par la chaîne de signifiants : *h-o-m-m-e e-x-i-s-t-e*. Il ne se réfère en aucun cas au monde, il est posé *arbitrairement*. La seule condition pour que la vérité-cohérence du discours contenant cet axiome soit admise est qu'il ne contienne aucune contradiction interne. Alors *l'existence dans mon esprit s'impose avec certitude*. Mais une science empirique a évidemment la vérité-correspondance en perspective. Comme nous le verrons [pointeur] c'est par la confrontation de ce discours dit *théorique* avec des observations empiriques que notre croyance dans la portée existentielle d'un concept comme « homme » sera confortée. Mais les observations empiriques sont toujours en nombre limité, alors que l'existence de l'homme est affirmée universellement ; aussi la portée existentielle d'un concept reste à jamais une conjecture. Une seule observation reproductible, contradictoire avec une seule affirmation du discours théorique, rendra fausse empiriquement celui-ci. Ainsi une théorie est toujours sous-déterminée par l'expérience.

Alors que la science aristotélicienne a pour objet de produire un savoir certain ou *apodictique*, la science contemporaine produit des discours *hypothétiques*. Selon les cas notre confiance dans la vérité-correspondance d'une théorie sera plus ou moins grande mais si nous déclarons vraie comme correspondance une théorie scientifique, il nous faut admettre qu'il s'agit d'un croire et non d'un savoir.